



Dyna

ISSN: 0012-7353

dyna@unalmed.edu.co

Universidad Nacional de Colombia

Colombia

COLORADO L, HENRY A.; CHAVES ROLDÁN, CÉSAR; VÉLEZ, JUAN MANUEL

Fricción interna y comportamiento anelástico en sólidos

Dyna, vol. 73, núm. 148, marzo, 2006, pp. 39-49

Universidad Nacional de Colombia

Medellín, Colombia

Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=49614805>

- Cómo citar el artículo
- Número completo
- Más información del artículo
- Página de la revista en redalyc.org

redalyc.org

Sistema de Información Científica

Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal

Proyecto académico sin fines de lucro, desarrollado bajo la iniciativa de acceso abierto

# FRICCIÓN INTERNA Y COMPORTAMIENTO ANELÁSTICO EN SÓLIDOS

## INTERNAL FRICTION AND ANELASTIC BEHAVIOR IN SOLIDS

HENRY A. COLORADO L

*Escuela de Materiales, Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín  
hacolora@unalmed.edu.co*

CÉSAR CHAVES ROLDÁN

*Profesor Asociado. Escuela de Materiales, Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Minas  
ccroldan@unalmed.edu.co*

JUAN MANUEL VÉLEZ

*Profesor Asociado. Escuela de Materiales, Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Minas. A.A. 1027, Medellín,  
Colombia .jmvelez@unalmed.edu.co*

Recibido para revisar 15 de Abril de 2005, aceptado 29 de Agosto de 2005, versión final 7 de Octubre de 2005

### RESUMEN

Se presentan los conceptos de Fricción Interna (FI), anelasticidad y espectroscopia mecánica, como una técnica potente para la determinación de las propiedades mecánicas dinámicas en sólidos. Se comentan algunos de los logros de la técnica, fundamentalmente en el campo de la física del estado sólido.

**PALABRAS CLAVE:** Fricción Interna, Elasticidad, Anelasticidad, Espectroscopia Mecánica.

### ABSTRACT

This is a review of Internal Friction (IF), anelasticity and mechanical spectroscopy concepts, as a method to determine the dynamic mechanical properties in solids. Achievements of internal friction technique are also commented, especially in the field of physics of solid state.

**KEYWORDS:** Internal friction, Elasticity, Anelasticity, Mechanical Spectroscopy.

### INTRODUCCIÓN

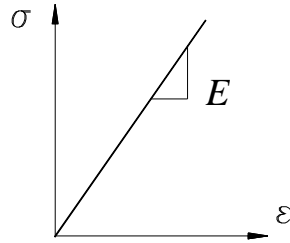
El conocimiento de las propiedades físicas de los materiales permite optimizar su uso en el diseño de los mismos para aplicaciones reales. Con frecuencia en ingeniería y en muchos trabajos académicos se hacen aproximaciones no válidas de las constantes elásticas, como por ejemplo considerar el módulo de elasticidad  $E$  (el cual se define estrictamente como la razón entre el esfuerzo  $\sigma$  y la deformación  $\varepsilon$  para niveles de carga en los cuales el comportamiento del material es elástico lineal, ver ecuación 1) constante para cualquier tipo de caso de sollicitación y tiempo de respuesta del material, pudiendo

ocasionar fallas del material antes del fin de la vida útil prevista para el componente.

La consideración del módulo  $E$  como constante, no corresponde a las condiciones reales de funcionamiento dado que dicho módulo presenta un comportamiento no lineal con relación al esfuerzo  $\sigma$  y a la deformación  $\varepsilon$ .

Para determinar la relación  $\sigma - \varepsilon$  real, es necesario usar métodos de medición que permitan estudiar el comportamiento dinámico bajo la influencia de varias variables, como la velocidad de aplicación de la carga, la temperatura, el tiempo de respuesta del material a un estímulo, entre otras.

La ley de Hooke expresa una relación lineal entre  $\sigma$  y  $\varepsilon$ , ver la figura 1, en la cual el módulo  $E$ , la pendiente de la curva, es una constante, ecuación 1.



**Figura 1.** Diagrama  $\sigma - \varepsilon$  según la ley de Hooke.

**Figure 1.**  $\sigma - \varepsilon$  diagram according to Hooke's equation.

La ley de Hooke, ecuación (1), es con frecuencia usada en casos donde no es válida.

$$\sigma = \varepsilon E \quad (1)$$

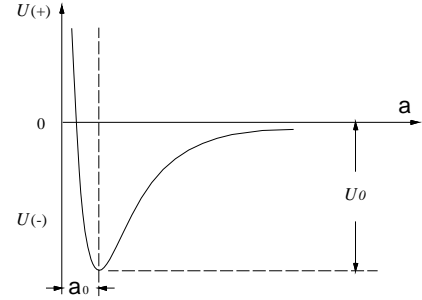
En la ecuación 1, hay implícitos los siguientes tres postulados:

- Para cada valor de  $\sigma$  aplicado hay un único valor de equilibrio de  $\varepsilon$  y viceversa. La completa recuperación es un corolario de este postulado, lo que significa que una vez se retira el esfuerzo, la deformación se recupera totalmente a su valor inicial de cero esfuerzo.
- El valor de equilibrio se alcanza instantáneamente.
- La relación  $\sigma - \varepsilon$  es lineal.

Puesto que el módulo depende directamente de las fuerzas interatómicas [1], es fuertemente dependiente de la dirección cristalográfica [2]. Además, también es función de la temperatura [3], la magnitud de la carga [4], los tratamientos térmicos [5], la escala de medición [5], la composición química [5], la microplasticidad [5], la concentración de la solución sólida [5], las impurezas [5], entre muchas otras. Un

tratamiento más amplio de la variabilidad del módulo, se encuentra en la referencia [6].

La dependencia del módulo con las fuerzas interatómicas [1] se puede obtener del análisis de la figura 2.



**Figura 2.** Esquema de la energía potencial de interacción  $U$  con la separación entre átomos  $a$ .

**Figure 2.** Potencial energy interaction  $U$  versus the distance between atoms  $a$ .

Cuando la fuerza externa sobre un sólido es cero, la separación de los átomos es igual a la separación de equilibrio  $a = a_0$ . Para pequeñas fuerzas aplicadas los átomos encontrarán un nuevo espaciamiento de equilibrio  $a$  donde las fuerzas internas y externas están balanceadas. El desplazamiento del átomo es  $r = a - a_0$ .

Puesto que la fuerza es la derivada de la energía potencial respecto a la distancia, la fuerza  $P$  para producir un nuevo desplazamiento de equilibrio está dado por la ecuación 2,

$$P = \frac{dU(r)}{dr} \quad (2)$$

Donde  $U(r)$  es la energía de interacción para el desplazamiento  $r$ . En un sólido elástico la energía de enlace es una función continua del desplazamiento. Se puede expresar  $U(r)$  como una serie de Taylor:

$$U(r) = U_0 + \left( \frac{dU}{dr} \right)_0 r + \frac{1}{2} \left( \frac{d^2U}{dr^2} \right)_0 r^2 + \dots \quad (3)$$

Donde  $U_0$  es la energía a  $r=0$  (separación de equilibrio) y los coeficientes diferenciales medidos a  $r=0$ . Como la fuerza es cero cuando  $a = a_0$ ,  $(dU/dr)_0 = 0$ . Así, despreciando términos superiores a  $r^2$  se tiene que

$$U(r) = U_0 + \frac{1}{2} \left( \frac{d^2U}{dr^2} \right)_0 r^2 \quad (4)$$

Por lo tanto

$$P = \frac{dU(r)}{dr} = \left( \frac{d^2U}{dr^2} \right)_0 r \quad (5)$$

El coeficiente  $(d^2U/dr^2)_0$  es una medida en la curvatura en el diagrama energía-distancia a  $a = a_0$ . Puesto que no depende de  $r$ , el coeficiente es una constante y la ecuación anterior se puede escribir como  $P = kr$ , que es la Ley de Hooke. Cuando esta ecuación es expresada en términos del esfuerzo y la deformación, el coeficiente  $(d^2U/dr^2)_0$  es directamente proporcional a la constante elástica del material, el cual tiene el mismo valor para la tracción y la compresión por ser independiente del signo de  $r$ .

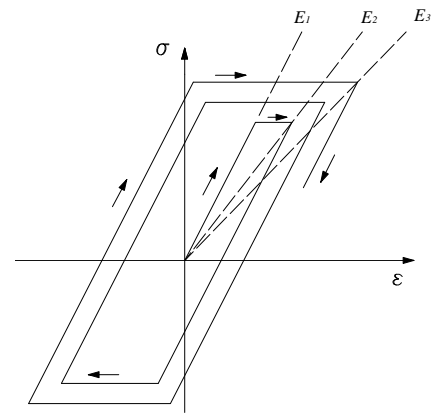
El módulo varía dependiendo de la dirección cristalográfica [2]. Es por esta razón que se habla del concepto de *Módulo volumétrico*,  $E_K$ , que se define como la razón de una presión isotrópica al cambio volumétrico que esta causa en el sólido; de la mecánica del continuo,

$$E_K = \frac{-P}{\Delta V/V} = \frac{E}{3(1-2\mu)} \quad (6)$$

Donde  $\mu$  es la razón de Poisson. El módulo volumétrico es el promedio de las variaciones del módulo con la dirección cristalina, visto desde la escala atómica como se describió anteriormente.

El módulo también varía con la microplasticidad [5]. En la figura 3 se representa la

disminución del módulo que tiene el material. Esta se produce para esfuerzos que producen deformación plástica en los materiales, por ejemplo, cuando el esfuerzo aplicado vence la barrera de energía que mantiene unida las dislocaciones a los anclajes de tal modo que una vez retirado el esfuerzo, éstas no regresen a su posición original.



**Figura 3.** Disminución en el módulo  $E$  (pendiente de las rectas señaladas) como efecto de la microplasticidad durante ciclos sucesivos carga-descarga. Tomado de A. Puskár [5].

**Figure 3.** Decrease in the modulus  $E$  (slope of the hidden lines) like an effect of microplasticity during successives load-unload cycles [5].

## COMPORTAMIENTO ANELÁSTICO

Un análisis de la ley de Hooke muestra que ésta es estrictamente aplicable para deformaciones menores a  $1 \times 10^{-6}$ , en el punto en que las dislocaciones se despegan de los anclajes, de tal modo que no se induzcan cambios en la densidad o en la distribución de los defectos o en la distribución de los momentos magnéticos.

Cuando se presenta alguno de estos cambios al interior del material, se ve afectado el tiempo en el que las variables internas alcanzan un valor de equilibrio, de modo que tiene que haber un reordenamiento de las mismas, conocido como relajación. En este caso, como se trata de variables mecánicas ( $\sigma$  y  $\epsilon$ ), a este cambio de las variables internas como respuesta al cambio de las

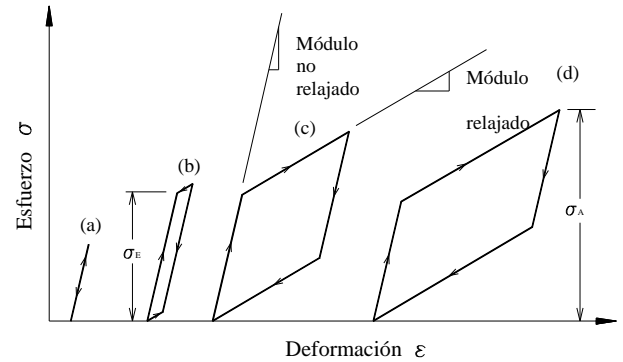
variables externas, se le llama *relajación mecánica*. Es entonces de esperar, que si un esfuerzo externo puede producir estos cambios internos dependientes del tiempo, también involucre una dependencia temporal que pueda ser reflejada en la relación esfuerzo-deformación. Por lo tanto un cambio en el esfuerzo del sistema produce un cambio en la deformación (o viceversa), con una componente que no alcanza el valor de equilibrio instantáneamente. Así, puede producirse un retraso entre el esfuerzo y la deformación a partir de un valor crítico del esfuerzo inducido.

La dependencia de la deformación elástica con el tiempo y con el esfuerzo se conoce como efecto anelástico y la definición de *anelasticidad* se resume en los siguientes tres postulados:

- Para cada valor de  $\sigma$  aplicado hay un único valor de equilibrio de  $\varepsilon$  y viceversa.
- El valor de equilibrio se alcanza sólo luego de transcurrir una cierta cantidad de tiempo.
- La relación  $\sigma - \varepsilon$  es lineal. El término "lineal" significa que "si un esfuerzo aplicado  $\sigma_1(t)$  produce una deformación  $\varepsilon_1(t)$  y otro  $\sigma_2(t)$  produce  $\varepsilon_2(t)$ , el esfuerzo  $\sigma_1(t) + \sigma_2(t)$ , producirá  $\varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t)$ , de otro modo la descripción teórica se vuelve muy compleja [4].

De nuevo es válido decir que la recuperación completa es un corolario del primer postulado, pero a diferencia de la elasticidad ideal, se requerirá de un cierto tiempo para alcanzarla.

También es importante aclarar que el segundo postulado no implica que toda la respuesta del material anelástico deba ser dependiente del tiempo, puesto que esto conduciría a un material no real sin una componente de comportamiento puramente elástico.



**Figura 4.** Diferentes niveles de esfuerzos durante ciclos de carga y descarga. Tomada de Dieter [1].

**Figure 4.** Different levels of stress during successive load-unload cycles [1].

La figura 4 muestra esquemáticamente los esfuerzos límites sobre los cuales se da el fenómeno de la anelasticidad en una curva  $\sigma - \varepsilon$  bajo ciclos de carga y descarga. Estos ciclos de carga y descarga se denominan ciclos de lazo cerrado.

A muy bajos esfuerzos, el ciclo de la carga y descarga produce una única línea recta constituyendo un comportamiento elástico ideal (figura 4a). Este se mantiene hasta tanto no se supere el límite elástico verdadero,  $\sigma_E$  (figura 4b). Sobre  $\sigma_E$ , el ciclo de carga y descarga produce un lazo cerrado de histéresis mecánica. El módulo más alto corresponde al *módulo no relajado*, obtenido con el valor instantáneo de la deformación, es decir, corresponde al módulo de la elasticidad ideal, ecuación 1, figura 1c. El módulo más bajo corresponde al *módulo relajado*, obtenido con el valor de equilibrio de la deformación.

Hay un valor límite  $\sigma_A$  sobre el cual el esfuerzo cíclico causa deformación permanente puesto que el lazo de histéresis (ciclo de lazo abierto) no se cierra en la descarga (figura 1d). El esfuerzo  $\sigma_A$ , se conoce como *límite anelástico*. Finalmente, a esfuerzos mucho mayores que  $\sigma_A$  ocurre la cedencia.

La ecuación 1 es muy limitada para la mayoría de casos reales en el diseño de materiales y de elementos de máquinas

puesto que no incluye entre otras la variable temporal. Un comportamiento más real debe ser descrito con la ecuación 7 conocida como ley de Hooke generalizada, donde se puede estudiar la respuesta del material bajo condiciones dinámicas:

$$a_0\sigma + a_1\dot{\sigma} + \dots = b_0\varepsilon + b_1\dot{\varepsilon} + \dots \quad (7)$$

Donde  $a_i$  y  $b_j$  son coeficientes que son diferentes de cero dependiendo del tipo de material y se relacionan con las constantes elásticas del mismo. Nótese que si solo  $a_0$  y  $b_0$  son diferentes de cero, se tiene la ley de Hooke para un material elástico ideal, es decir la ecuación 1.

### FRICCIÓN INTERNA

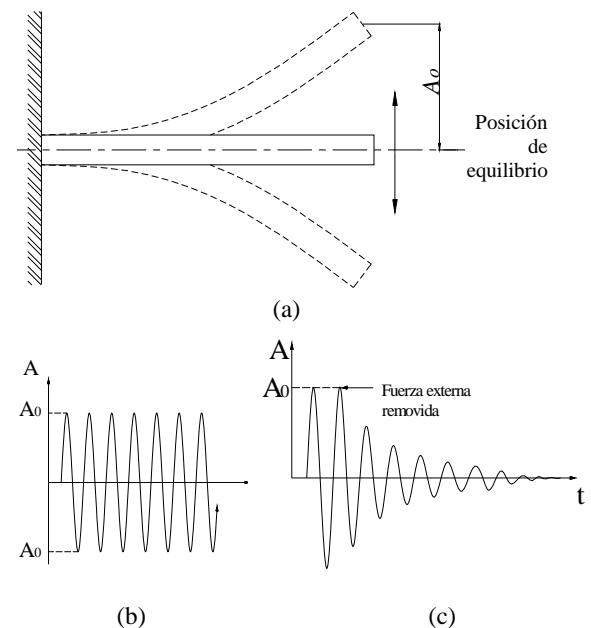
Consideremos un experimento idealizado en el cual una pequeña lámina está fija firmemente de uno de sus extremos, donde asumimos que no hay aire y no consideramos el efecto de la unión entre la pared y la barra, ni el peso, el cual se vuelve insignificante debido a su tamaño. La lámina está en su posición de equilibrio, tal como se muestra en la figura 5a. Si flexionamos con la mano un extremo de la barra y lo soltamos, es decir, la alejamos de su posición de equilibrio dándole una amplitud inicial  $A_0$ , la lámina comenzará a vibrar alrededor de esta posición de reposo, en lo que conocemos como un movimiento de oscilaciones libres. La frecuencia de oscilación es la frecuencia natural de la barra.

Idealmente este experimento visto a la luz de la teoría de la elasticidad ideal, es decir, para un material elástico ideal, daría como resultado una lámina vibrando eternamente con la misma amplitud  $A_0$ . La representación de esta idealización aparece en la figura 5b.

Sin embargo, esto no es lo que observamos en los materiales reales. Luego de un determinado tiempo esa amplitud inicial del movimiento disminuirá hasta cero, de tal modo que cesará el movimiento, tal como se muestra en la figura 5c. Como hemos eliminado los posibles factores externos que

contribuirían a este comportamiento, no queda sino atribuirlo al interior del material. Si la amplitud del movimiento disminuye es porque debe haber una parte de la energía que se traslada al sistema como trabajo externo, en este caso la entregada por la mano, que se convierte en calor, es decir, pérdidas irreversibles. Efectivamente, en la realidad, la causa de esta disminución en la amplitud de oscilación son las pérdidas internas, y es su conocimiento el objeto principal de este trabajo. A estas pérdidas se les llama *fricción interna*. La fricción interna y por lo tanto el comportamiento de la figura 5c, son una manifestación del comportamiento anelástico de los materiales.

El sistema de la barra de la figura 5 con el comportamiento 5c, visto a la luz de la primera ley de la termodinámica sería



**Figura 5.** a) Experimento de oscilaciones libres, b) evolución de la amplitud con el tiempo para un material elástico ideal en el que la amplitud  $A_0$  permanece constante una vez retirada la fuerza de flexión, c) evolución de la amplitud con el tiempo para un material real.  
**Figure 5.** a) Free oscillations test, b) amplitude evolution with the time for an ideal elastic material in which amplitude  $A_0$  remain constant after the flection force is removed.

$$W_{ext} = U_{int} + Q \quad (8)$$

Donde  $W_{ext}$  es el trabajo realizado por la mano;  $U_{int}$  es la energía interna, la cual se puede dividir en una parte de energía cinética asociada al movimiento (generado durante el proceso) de los defectos ó átomos ó al cambio en la distribución de los momentos magnéticos, y otra parte a energía potencial elástica; y  $Q$  es el resultado de la fricción interna, es decir, son las pérdidas de energía en forma de calor, generadas durante el proceso.

El comportamiento anelástico descrito anteriormente, donde la deformación tiene una componente que está retrasada respecto al esfuerzo, es el resultado del tiempo necesario para que las variables internas, luego del cambio en las variables mecánicas externas, alcancen el valor de equilibrio. Este reordenamiento de las variables internas, físicamente está dado por el movimiento o reordenamiento de defectos, corrientes térmicas o de momentos magnéticos. Cada cambio de estas unidades microscópicas genera un gasto de energía, irreversible, es decir, que se genera calor durante el proceso. La energía disipada durante el fenómeno de *fricción interna* permite cuantificar los fenómenos anelásticos. En un ciclo de carga-descarga, la fricción interna es la energía perdida por ciclo debida al comportamiento anelástico.

Por lo tanto, el conocimiento de la fricción interna permite saber como es el retraso entre el esfuerzo y la deformación por medio de una estimación de la energía perdida en forma de calor al interior del material.

La Fricción interna es una cantidad adimensional y se simboliza como  $Q^{-1}$ ,  $\phi$ ,  $\tan \phi$ , ó  $FI$ .

La característica más importante de la fricción interna es que está relacionada directamente con el número y tipo de unidades móviles micro estructurales al interior del material y con el tipo específico de movimiento generado. Se produce por migración o reordenamiento de defectos, de

cualquier unidad microestructural o de momentos magnéticos. Debido a éstas características, ésta propiedad se utiliza para: medición de coeficientes de difusión y determinación del contenido de elementos intersticiales ([7] y [8]), plantear modelos de borde de grano mediante el estudio de la relajación de borde de grano [9], caracterización del tamaño y forma de los granos [10], determinación de la solubilidad [11], transformaciones de fase y tratamientos térmicos ([12] y [13]), construcción de instrumentación en vía a la detección de ondas gravitacionales [14], estudio de las constantes elásticas [15], evaluación de daños por fatiga [16], dinámica y caracterización de dislocaciones ([17] y [18]), estudios sobre microplasticidad [5], relajaciones de dominios magnéticos y ferro eléctricos [19], entre muchas otras.

Los estudios de fricción interna se realizan en todo tipo de materiales y en diferentes estados de la materia: sólidos, líquidos y gaseosos. Entre otros, lo materiales de alto amortiguamiento [20], materiales poliméricos [21], sólidos no cristalinos ([19] y [22]), nailon [14], metales, madera, cerámicos, etc. También en fluidos como los aceites se realizan importantes estudios de atenuación de las ondas elásticas, entre otros.

La fricción interna tiene un campo de aplicación muy amplio que algunos autores [5] han dividido en cuatro categorías:

1. Física del estado sólido: por ejemplo en el estudio de soluciones sólidas, difusión, parámetros de activación térmica, transformaciones de fase, defectos de punto, dislocaciones y bordes de grano.
2. Daños: por ejemplo en la evaluación de daños por efectos térmicos, por radiación, por hidrógeno, en fatiga y en el efecto de la carga cíclica.
3. Propiedades mecánicas dinámicas: por ejemplo en la determinación de la capacidad de amortiguamiento, el módulo elástico, las características micro mecánicas, la relajación y el creep (fluencia bajo carga constante). Su medición permite entender fenómenos a

diferentes escalas y permite estudiar la interacción entre ellas.

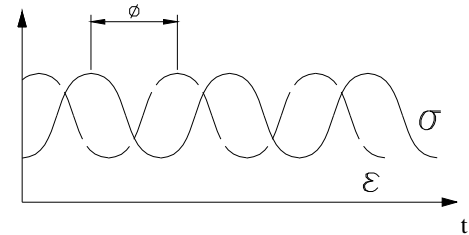
4. Sistemas vibro acústicos: determinación de la calidad y del ruido del sistema, amortiguamiento estructural, inspección de fallas, vibro termografía, vibro tecnologías y espectro amplitud-frecuencia del sistema.

En las cuatro categorías anteriores es posible ver el amplio intervalo de la escala de aplicación de la fricción interna: desde una escala atómica en la física del estado sólido hasta una escala macroscópica en los sistemas vibro acústicos. Además, en el estado intermedio entre estas dos escalas mediante lo que se citó como estado umbral, es posible caracterizar la escala micro y nano en los materiales, donde se presenta la compleja interacción entre lo cuántico y lo clásico. Pese a su amplio margen, es en las menores escalas donde esta técnica presenta su mayor potencialidad. Durante las mediciones de fricción interna se puede evitar que el esfuerzo aplicado cause algún tipo de cambio irreversible en la microestructura. Así, un esfuerzo oscilatorio puede ser usado para obtener información del material sin producir cambios en su interior, que es el objeto de las diferentes espectroscopias.

La medición sistemática de la fricción interna se realiza por medio de la *espectroscopia mecánica*. Puesto que se involucran variables mecánicas, y el objeto es obtener información del material sin alterar su microestructura, se define espectroscopia mecánica como la técnica en la que un esfuerzo armónico  $\sigma$  de frecuencia  $w$  interactúa con el sólido y como resultado se puede medir la energía disipada en su interior en función del desfase entre la señal aplicada, esfuerzo, y la respuesta del material, deformación. Uno de los usos modernos de la espectroscopia mecánica es como ensayo no destructivo [19].

La descripción matemática ([4] y [23]) de la fricción interna requiere involucrar la teoría de la anelasticidad y la Ley de Hooke generalizada, anteriormente mencionadas.

Ésta es más simple si se usa la notación compleja.



**Figura 6.** Representación del desfase  $\phi$  entre  $\sigma$  y  $\epsilon$ , en un experimento de vibraciones forzadas con amplitud de deformación constante.

**Figure 6.** Representation of the phase  $\phi$  between  $\sigma$  and  $\epsilon$  in a forced vibrations test in which strain amplitude remain constant.

Un esfuerzo externo  $\sigma(w)$  aplicado con una frecuencia  $w$  y de amplitud  $\sigma_0$ , puede ser escrito como

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{iwt} \quad (9)$$

La respuesta a un estímulo  $\sigma(w)$ , es una deformación  $\epsilon$  que tiene dos componentes,  $\epsilon_1$  en fase con  $\sigma(w)$  y  $\epsilon_2$  desfasado  $\pi/2$  respecto a  $\sigma(w)$ . La expresión para esta deformación es

$$\epsilon = (\epsilon_1 - i\epsilon_2) e^{iwt} \quad (10)$$

Dividiendo la ecuación 10 por  $\sigma$ , se obtiene que

$$J^*(w) = J_1(w) - iJ_2(w) \quad (11)$$

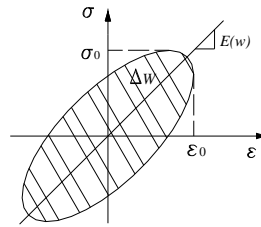
Donde  $J^*(w)$  es el inverso del módulo dinámico  $E^*(w)$ ,  $J_1(w)$  es la parte real y  $J_2(w)$  es la parte compleja.

El hecho de que en la deformación aparezca una componente fuera de fase con el esfuerzo aplicado  $\sigma(w)$ , es una manifestación de que hay mecanismos internos del material que no responden instantáneamente ante un estímulo  $\sigma(w)$ .

En un diagrama  $\sigma - \epsilon$ , para un esfuerzo aplicado (mayor que el límite elástico



verdadero  $\sigma_E$  de la figura 4) y una deformación dados por las ecuaciones 9 y 10, se genera una elipse (lazo de histéresis) de área  $\Delta W$  y cuya pendiente del eje mayor representa el *módulo dinámico*,  $E(w)$ , que es función de la frecuencia con la que se aplica un estímulo al material y está dado por el cociente entre las ecuaciones 9 y 10.



**Figura 7.** Ciclo de histéresis de carga-descarga para un esfuerzo aplicado  $\sigma(w)$ .

**Figure 7.** Hysteresis loop for an applied stress  $\sigma(w)$ .

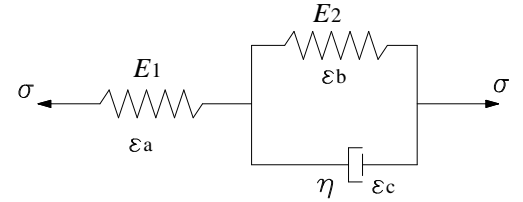
El área  $\Delta W$  representa la energía disipada por ciclo de carga-descarga. La capacidad de amortiguamiento  $\Delta W/W$ , donde  $W$  es la energía elástica almacenada en el material, está relacionada con el desfase  $\phi$  entre el esfuerzo y la deformación, y para amplitudes del esfuerzo pequeñas se puede hacer la siguiente aproximación:

$$\frac{\Delta W}{W} = 2\pi \tan \phi \approx \phi \quad (12)$$

De este modo, es fácil ver que una medida de la energía disipada al interior del material (fricción interna) es el ángulo de desfase  $\phi$ .

En el caso de un proceso de relajación simple [4], el modelo de Zener [4], que es un modelo de tres parámetros, ver la figura 8. Este modelo está compuesto por un resorte y un amortiguador dispuestos en paralelo y a su vez unidos en serie con otro resorte. Cuando se aplica una tensión al sistema, el resorte se deforma de módulo elástico  $E_1$  y deformación  $\epsilon_a$  se deforma instantáneamente, representado la componente de la deformación instantánea (en fase con el esfuerzo aplicado, ver ecuación 10) que

tienen los materiales reales. El sistema compuesto por el resorte de módulo elástico  $E_2$  y deformación  $\epsilon_b$  se deforma a una velocidad regulada por el capacitor de deformación  $\epsilon_c$  y el coeficiente de viscosidad  $\eta$ , el cual afecta los tiempos de relajación o retardación del material [19], es decir, el tiempo en el cual este sistema alcanza una deformación de equilibrio correspondiente al esfuerzo aplicado. Este sistema representa el comportamiento viscoelástico del material [25]. Este modelo de tres parámetros ha mostrado ser muy útil para la descripción de los sólidos anelásticos.



**Figura 8.** Modelo de Zener  
**Figure 8.** Zener's Model

El modelo de Zener permite obtener las conocidas ecuaciones de Debye, obtenidas a partir de reemplazar las ecuaciones 9 y 10 en la ecuación 7:

$$J_1(w) = J_U + \frac{\delta J}{1 + (w\tau_\sigma)^2} \quad (13)$$

Donde  $J_U$  es el inverso del módulo no relajado,  $\delta J$  es la relajación del inverso del módulo,  $w$  es la frecuencia de excitación, y  $\tau_\sigma$  es el tiempo de relajación a esfuerzo constante [4].

$$J_2(w) = \delta J \frac{\delta J}{1 + (w\tau_\sigma)^2} \quad (14)$$

En la figura 9 se representan las funciones de Debye  $J_1(w)$  y  $J_2(w)$  (ecuaciones 13y14).

La fricción interna medida por el ángulo de desfase  $\phi$ , está dada por el cociente entre las funciones de Debye:

$$\tan \phi = \frac{J_2(w)}{J_1(w)} \quad (15)$$

Cuando la medición se hace bajo decaimiento libre de las oscilaciones [6], ver la figura 10, se obtiene el decremento logarítmico,  $\delta$ , haciendo un ajuste de la curva envolvente de decaimiento libre, ó tomando el logaritmo de la razón entre amplitudes ( $A$ ) sucesivas, así:

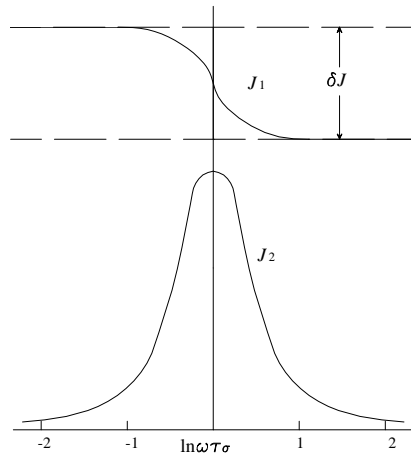
$$\delta = \ln(A_n / A_{n+1}) \quad (16)$$

El decremento logarítmico está relacionado directamente con la fricción interna por medio del desfase entre el esfuerzo y la deformación  $\phi$ , así:

$$\delta = \pi\phi \quad (17)$$

Cuando se mide bajo vibraciones forzadas [6], se encuentra que la fricción interna está dada por

$$\phi = \frac{w_2 - w_1}{w_r} \equiv Q^{-1} \quad (18)$$



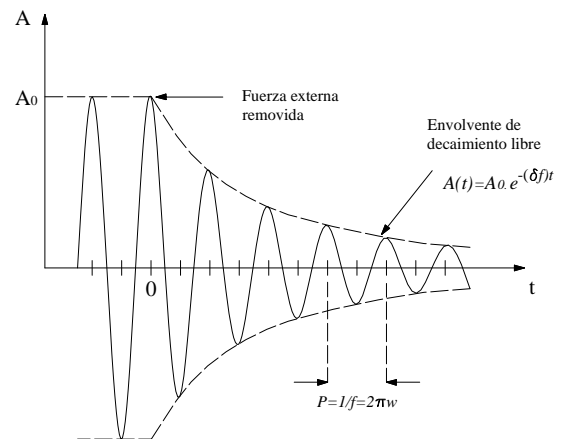
**Figura 9.** Representación esquemática de las funciones de Debye. Tomada de Berry and Nowick [25].

**Figure 9.** Debye functions representation [25].

Donde  $Q^{-1}$  es un término con que se denota a la fricción interna, adoptado de la teoría de

circuitos eléctricos,  $w_2 - w_1$  es el ancho de la curva de resonancia a altura mitad del máximo del pico y  $w_r$  es la frecuencia de resonancia. La ecuación 18 es válida cuando  $\phi$  es pequeño, es decir, cuando la fricción interna es independiente de la amplitud del esfuerzo externo aplicado al sistema. Para amplitudes grandes del esfuerzo, se deben obtener las relaciones particulares para el fenómeno específico que genera la fricción interna al interior del material.

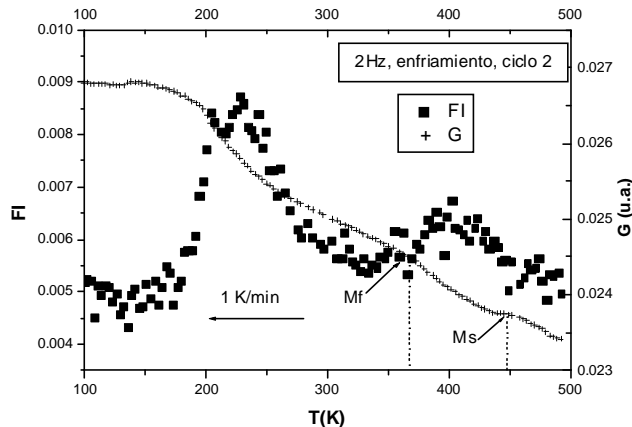
Es importante decir que el experimento simplificado en la figura 5, es muy similar a uno de los montajes usados para medir la fricción interna. Para minimizar la acción de frenado del aire sobre la probeta, la lámina, el experimento se hace en vacío. Para eliminar el problema de ocasionar modos de vibración complejos y el efecto del contacto de la mano, o el impulso generado, la deformación inicial o excitación (y además el registro del cambio en la amplitud) se realiza electro-magnéticamente, sin contacto. Para eliminar el ruido externo transmitido por la pared, se construye un sistema que aisle el sistema de las vibraciones externas. Hay muchas técnicas de medición de la fricción interna [25] que además utilizan principios físicos muy variados.



**Figura 10.** Decaimiento libre de las oscilaciones en un ensayo de fricción interna. Tomada de Berry and Nowick [25].

**Figure 10.** Decline of free oscillations in an experiment of internal friction [25].

Un ejemplo de una curva experimental de fricción interna con una medida simultánea del módulo de torsión, se presenta la figura 11, [6].



**Figura 11.** Fricción interna (FI) y módulo de torsión (G) obtenidos en el péndulo de torsión durante el enfriamiento del ciclo 2, a 1K/min y 2Hz. Tomada de Colorado H. A. et al [23].  
**Figure 11.** Internal Friction and shear modulus obtained in the torsion pendulum during the cycle 2 cooling at 1K/min and 2 Hz [23].

La medición de fricción interna y módulo elástico fue realizada en un péndulo de torsión invertido y corresponde al enfriamiento del ciclo 2 de calentamiento-enfriamiento entre 100 y 500K, a una rampa de temperatura de 1K/min y a una frecuencia de excitación de 2Hz. Se muestra el ciclo 2 porque fue donde se apreciaron mejor definidas las curvas. Es de notar que en este ensayo de fricción interna [23] el sistema se programa para que tome una medición cada cierto intervalo de tiempo un ensayo de fricción interna, para lo cual se estabiliza la temperatura mientras se toma la medición, corresponde a un punto en la curva de la figura 11. En este caso la técnica permitió concluir la presencia de una relajación debida a la interacción entre las dislocaciones y sus anclajes lo cual se deduce del comportamiento de los picos de fricción interna (en comparación con otros ciclos donde aumenta y disminuye su altura al cambiar la amplitud de la deformación de excitación aplicada); y otra relajación debido

a los cambios de fase, evidenciada por los quiebres en la curva del módulo elástico.

En la figura 11, la curva de G es muy sensible a los cambios de fase y en este caso permite determinar las temperaturas de inicio (Ms) y fin de la transformación martensítica (Mf). La curva de fricción interna muestra dos picos ajustados con curvas Debye teóricas. De acuerdo con los parámetros obtenidos del ajuste, se determinó que el pico de menor temperatura es debido a la relajación de las dislocaciones y su interacción con los anclajes, y el pico de mayor temperatura es debido a la transición martensítica.

## DISCUSIÓN

Las mediciones de fricción interna, con medidas simultáneas del módulo, descritas en este trabajo, son una excelente herramienta para relacionar las propiedades medidas a escala micro con las medidas sobre un gran volumen de material. Esto en ingeniería permitirá realizar cálculos de modo que se pueda optimizar el uso de los materiales, de acuerdo con la tendencia mundial, evitando el sobre-dimensionamiento exagerado de partes, con factores de seguridad demasiado elevados para cada aplicación en particular.

## REFERENCIAS

- [1]. Dieter, G: Mechanical Metallurgy. McGraw-Hill Company, U. K. 1988.
- [2]. Polakowski, N; Ripling, E: Strength and structure of engineering materials. Prentice-Hall, N.J., 1966.
- [3]. T'ing-Sui Kê, Phys. Rev. 71, 8, 1947.
- [4]. Zener, C.: Elasticity and Anelasticity of Metals. University of Chicago Press, Chicago, 1948.
- [5]. Púskár, Anton: Internal Friction of Materials. Cambridge Int. Science Pub., U. K. 2001.
- [6]. Colorado, H. A.: Tesis de pregrado, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 2003.
- [7]. Paul, S.: Diffusion in solids. The Minerals, Metals and Materials Society, Pennsylvania, 1989.

- [8]. Wert C. A. y Zener, C.: Physical Review, 1949, vol. 76, pp. 1169-75.
- [9]. T. S. Kê: Metallurgical and Materials Transactions A, 1999, vol. 30A, pp. 2267-95.
- [10]. Hirao, M; Hirotugu, O; y Takashi, H: J. Acoust. Soc. Am., 1995, 98 (1), pp. 458-464
- [11]. Bénard J. y otros: Metalurgia General. Masson et Cie. Editeurs, Francia. 1973.
- [12]. B. Coluzzi, A. Biscarini, R. Campanella, G. Mazzolai, L. Trotta, F. M. Mazzolai: J. Alloys Comp. 310 (2000) 300-305.
- [13]. Bonetti y Vinai: Fifth European Conference on Internal Friction and Ultrasonic Attenuation in solids, 1987, supplément au No.12, tome 48, pp. 395-400
- [14]. The S. U. Gravitation Laboratory. Página web consultada en sep 2004: [www.phy.syr.edu/%7Egravlab/gravity/node6.html](http://www.phy.syr.edu/%7Egravlab/gravity/node6.html)
- [15]. Hirotugu, O; Takashima, K; Ledbetter, H; Dunn, M; Shimoike, G; Hirao, M; Bowen, P: Acta Mater., 1999, vol 47, No. 9, pp. 2787-2796.
- [16]. Hirotugu, O; Hamaguchi, T; Hirao, M: Metallurgical and Materials Transactions A, 2000, vol. 31 A, pp. 1121-28.
- [17]. K. Lücke y A. V. Granato: Physical Review B, 1981, vol. 24 No. 12, pp. 6991-7017
- [18]. Materials Reability Division, Ultrasonic Characterization of Materials. Página web consultad en junio de 2004: [www.boulder.nist.gov/div853/ucm.htm](http://www.boulder.nist.gov/div853/ucm.htm)
- [19]. Schaller, R; Fantozzi, G y Gremaud, G: Mechanical Spectroscopy Q<sup>-1</sup> 2001. Trans Tech Publications, Switzerland, 2001. Volume 366-368 de Materials Science Forum.
- [20]. Van Humbeeck, J y Wuttig, M: Fifth European Conference on Internal Friction and Ultrasonic Attenuation in solids, 1987, supplément au No.12, tome 48, pp. 581-583.
- [21]. Cervený, Silvina: Tesis Doctoral, 2000, Universidad de Buenos Aires, Argentina.
- [22]. Scherer, G: Relaxation in Glass and Composites. John Wiley & Sons, 1986, USA.
- [23]. H. A. Colorado, Horacio Salva, César Chaves, Juan M. Vélez y Ada Ghilarducci. Materials Science and Technology, 2005, vol 21 No. 2, pp. 1-6.
- [24]. R. de Batist: Internal Friction of Structural Defects in Crystalline Solids. North-Holland P.C., Netherlands, 1972.
- [25]. A. S. Nowick and B. S. Berry: Anelastic Relaxation in Crystalline Solids. Academic Press, N.Y., 1972.