



**Mathématiques
et sciences humaines**

Mathematics and social sciences

163 | 2003

n° 163, Théorie du choix social : cinquantenaires

Théorie du choix social : cinquantenaires. Liminaire

Foreword. Special issue : "Social choice theory: golden jubilee"

Bernard Monjardet et Olivier Hudry



Édition électronique

URL : <http://msh.revues.org/2864>

DOI : 10.4000/msh.2864

ISSN : 1950-6821

Éditeur

Centre d'analyse et de mathématique
sociales de l'EHESS

Édition imprimée

Date de publication : 1 septembre 2003

ISSN : 0987-6936

Référence électronique

Bernard Monjardet et Olivier Hudry, « Théorie du choix social : cinquantenaires. Liminaire », *Mathématiques et sciences humaines* [En ligne], 163 | Automne 2003, mis en ligne le 10 février 2006, consulté le 20 octobre 2016. URL : <http://msh.revues.org/2864> ; DOI : 10.4000/msh.2864

Ce document est un fac-similé de l'édition imprimée.

© École des hautes études en sciences sociales

THEORIE DU CHOIX SOCIAL : CINQUANTENAIRES

LIMINAIRE

Bernard MONJARDET¹, Olivier HUDRY²,

En 1951 Arrow publiait le livre, *Social choice and individual values*, qui allait donner naissance à ce qui est maintenant appelé la "théorie du choix social". L'année suivante il présentait son travail à l'Institut des Sciences Économiques Appliquées de François Perroux et sa conférence (*The rationality principle in collective decisions*) était publiée dans un numéro d'*Économie appliquée* consacré à l'économie du bien-être et appelé *L'avantage collectif*. Ce même numéro contenait aussi le fameux texte de Guilbaud *Les théories de l'intérêt général et le problème logique de l'agrégation*. Il était donc grand temps, pour une revue qui a déjà consacré de nombreux articles et plusieurs numéros spéciaux³ aux thèmes de la décision collective, de célébrer ces cinquantenaires par un nouveau numéro spécial.

Avant de présenter le contenu de ce numéro, une remarque s'impose. Dès les années soixante et encore plus depuis une vingtaine d'années, la théorie du choix social a connu des développements considérables, à tel point qu'on trouvera en annexe de ce numéro une liste de près d'une centaine de livres qui lui sont consacrés. Il n'était donc pas question de faire le point sur tous ces développements, mais seulement d'en suivre quelques-uns.

Le premier texte «*Votes et paradoxes : les élections ne sont pas monotones* !» (par O. Hudry) est une présentation pédagogique de nombreux «*Paradoxes*» rencontrés dès lors que l'on veut agréger des préférences individuelles en une préférence collective, que ce soit par le moyen de règles comme celles de Borda ou Condorcet ou par des procédures de votes du type scrutin majoritaire uninominal à deux tours (pour l'élection d'un unique candidat), ou encore par un scrutin de liste proportionnel (pour l'élection de plusieurs candidats). L'article commence par rappeler l'origine de ces diverses

¹ CERMSEM, Université Paris I, 106-112 boulevard de l'Hôpital 75647 Paris cedex 13, et C.A.M.S.-EHESS, monjarde@univ-paris1.fr

² ENST Département Informatique et Réseaux, 46 rue Barrault, 75634 Paris Cedex 13, hudry@enst.fr

³ «*Opinions et scrutins*» (1973), «*Modélisation des préférences et quasiordres*» (1978), «*Métriques et relations*» (1979), «*Condorcet*» (1990).

procédures de votes (qui peuvent donner des résultats très différents), puis décrit un certain nombre de «paradoxes», dont beaucoup, mais non tous, sont liés à un défaut de «monotonie» de la procédure utilisée. La lecture de cet article ne nécessite guère plus de connaissances mathématiques que celles des quatre opérations et ne demande aucune connaissance de la théorie du choix social.

Le texte se termine par l'évocation, entre autres, du célèbre théorème d'Arrow, autre manifestation des difficultés rencontrées dans la construction d'une préférence collective à partir de préférences individuelles, et dont une version outrageusement dénaturée consiste à dire qu'il n'existe comme procédure d'agrégation acceptable que la dictature, ou encore que la démocratie est impossible. Mais ce théorème n'est d'abord (et à l'origine inconsciemment⁴) qu'une brillante mise en forme axiomatique de l'«effet Condorcet», i.e. de la difficulté rencontrée par Condorcet dans son *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix* de 1785 : soit des votants exprimant leurs préférences sur des candidats par des ordres totaux ; appliquer la règle majoritaire aux différentes préférences binaires (i.e. entre deux candidats) exprimées par ces votants peut conduire à une préférence collective «cyclique» (où l'on a par exemple, a préféré à b , qui est préféré à c , lui-même préféré à a). Ce point de vue adopté par Guilbaud⁵ est développé dans le texte «De Condorcet à Arrow via Guilbaud, Nakamura et les 'jeux simples'» (de B. Monjardet), où l'étude de la règle majoritaire, puis plus généralement des règles associées à des «jeux simples» conduit à une série de théorèmes «Arrowiens» d'impossibilité⁶ et finalement au théorème d'Arrow lui-même. L'article se termine par une revue d'une partie des nombreuses tentatives menées pour échapper à de tels résultats d'impossibilité.

La structure de jeu simple présentée dans cet article permet de doter des ensembles de votants du pouvoir «absolu» d'imposer une préférence collective. Mais dans les procédures de votes, par exemple pour la règle majoritaire, on se contente souvent d'une majorité «relative» (le nombre de votants préférant x à y doit être supérieur au nombre de votants préférant y à x , et non pas nécessairement supérieur à la moitié du nombre des votants de l'assemblée). La notion permettant de traiter ce type de règles a été introduite en 1979 par Ferejohn et Fishburn sous le nom de «Constitution binaire». Les résultats obtenus dans ce cadre plus général sont présentés dans l'article «Preference aggregation, collective choice and generalized binary constitutions» (de N. Andjiga et J. Moulen), qui constitue donc une suite de l'article précédent tout en y

⁴ Dans «The Origins of the Impossibility Theorem» (in *History of Mathematical Programming*, J.K. Lenstra, A.H.G. Rinnooy Kan, A. Schrijver eds, North Holland, 1991), Arrow raconte comment l'élaboration de son théorème fut précédée par sa redécouverte de l'«effet Condorcet» (défini au paragraphe suivant).

⁵ On trouvera une analyse détaillée de l'article de Guilbaud ainsi que des développements qu'il a suscités au CAMS, dans B. Monjardet, «Social choice theory and the 'Centre de Mathématique Sociale': Some historical notes», *Cahiers du CAMS* 216, 2002.

⁶ Ce type de théorème peut alternativement être présenté comme un résultat de possibilité lorsqu'on montre qu'imposer certains axiomes à une procédure d'agrégation conduit à ce qu'elle soit, par exemple, «dictatoriale», ou d'impossibilité lorsqu'on ajoute à ces axiomes la condition, par exemple, de non-dictatorialité.

ajoutant l'étude de «fonctions de choix social» (où l'on ne cherche pas à classer les candidats, mais à en retenir un ou plusieurs).

Nous avons ci-dessus parlé du «pouvoir» de coalitions de votants. Mais on peut vouloir définir une notion de pouvoir de chaque votant selon la procédure de vote utilisée, par exemple pour construire des procédures respectant certaines répartitions de ces pouvoirs. La définition de tels «indices de pouvoir» a, depuis l'idée originelle de Shapley et Shubik en 1954, donné lieu à de nombreuses autres propositions et études. Le texte de N. Andjiga, F. Chantreuil et D. Lepelley, «La mesure du pouvoir de vote», en donne une synthèse où sont analysés et comparés une dizaine de ces indices. Les auteurs présentent en particulier des axiomatiques qui pourraient en théorie, mais guère en pratique, permettre de sélectionner tel ou tel de ces indices suivant les propriétés qu'on souhaite lui voir vérifier, ainsi que des approches récentes basées sur une interprétation probabiliste.

Le dernier développement considéré dans ce numéro est celui de l'axiomatisation des procédures de votes, pendant de la démarche arrowienne consistant à chercher les procédures vérifiant une liste donnée d'axiomes. Le texte de V. Merlin, «The Axiomatic Characterizations of Majority Voting and Scoring Rules», rappelle d'abord le premier exemple d'une telle axiomatisation dû à May en 1952 pour la règle majoritaire. Il donne ensuite la preuve (loin d'être simple) d'un des résultats les plus fondamentaux de la théorie : l'axiomatisation par Young des règles de classement par points (celles où les candidats sont classés d'après la somme des points qu'ils ont reçus de chacun des votants). Il présente enfin des axiomatiques pour des fonctions de choix telles celles données par les règles de Borda (les candidats retenus sont ceux qui ont obtenu la plus grande somme des rangs dans les rangements individuels) ou de «pluralité» (les candidats retenus sont ceux qui ont été classés premiers le plus souvent).

V. Merlin apporte aussi un complément utile au numéro en présentant l'approche originale et importante de D. Saari à la théorie du choix social, à partir de l'analyse de quatre ouvrages de «vulgarisation» de cet auteur.

Ce numéro spécial se termine par une annexe bibliographique contenant une liste de près de cent ouvrages sur la théorie du choix social, où n'ont pourtant essentiellement été retenus que ceux où apparaît, plus ou moins, une formalisation mathématique. On y a ajouté quelques indications sur les nombreuses revues concernées par ce thème, soulignant ainsi son caractère remarquablement pluridisciplinaire.